TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU
TỔ TOÁN

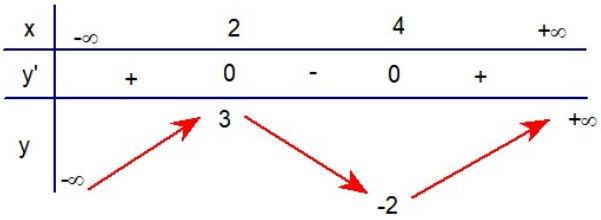
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ I LỚP 12 CƠ BẢN
MÔN: TOÁN - NĂM HỌC 2020-2021
Thời gian làm bài: 90 phút; (50 câu trắc nghiệm)

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I – LỚP 12 CB

Năm học 2020 – 2021

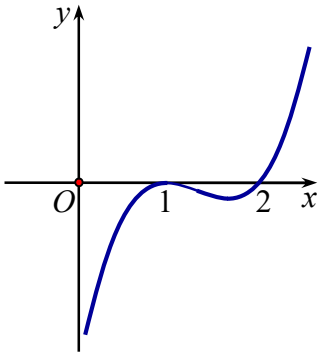
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

Câu 2: Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(2;+\infty)$.
B. $(0;1)$.
C. $(1;2)$.
D. $(-\infty;1)$.

Câu 3: Cho các hàm số sau:

$(\mathrm{I}): y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 4$; $(\mathrm{II}): y = \frac{x-1}{x+1}$; $(\mathrm{III}): y = \sqrt{x^2+4}$

$(\mathrm{IV}): y = x^3 + 4x - \sin x$; $(\mathrm{V}): y = x^4 + x^2 + 2$.

Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên những khoảng mà nó xác định?

A. 2.
B. 4.
C. 3.
D. 5.

Câu 4: Cho hàm số $y = \sqrt{1-x^2}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $[0;1]$
B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$
C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;0)$

Câu 5: Hàm số nào sau đây là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
B. $y = -2x^3 + x^2 - x + 2$

C. $y=-x^4+2x^2-2$ **D.** $y=\dfrac{x+3}{x+1}$

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=\dfrac{x^2+5x+m^2+6}{x+3}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

A. 4 **B.** 5 **C.** 9 **D.** 3

Giải:

Có $y'=\dfrac{(2x+5)(x+3)-(x^2+5x+m^2+6)}{(x+3)^2}=\dfrac{x^2+6x+9-m^2}{(x+3)^2}$

Hàm số y liên tục trên $(1;+\infty)$ nên nếu y đồng biến trên $(1;+\infty)$ thì

$y'\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow m^2\le x^2+6x+9,\forall x\in(1;+\infty)$ $(*)$

Xét hàm số $f(x)=x^2+6x+9$ liên tục trên $[1;+\infty)$, có $f'(x)=2x+3>0,\forall x\in[1;+\infty)$ nên

$f(x)\ge f(1),\forall x\in[1;+\infty);f(x)=16\Leftrightarrow x=1$

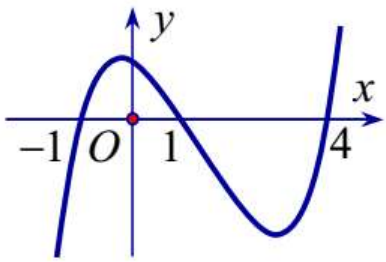
Do đó $(*)\Leftrightarrow m^2\le 16\Rightarrow m\in\{1;2;3;4\}$ (do m nguyên dương)

Thử lại nếu $m\in\{1;2;3;4\}$ thì $y'>0\forall x\in(1;+\infty)$ nên y đồng biến trên $(1;+\infty)$

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn

Chọn A

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x^2)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến.

A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Giải

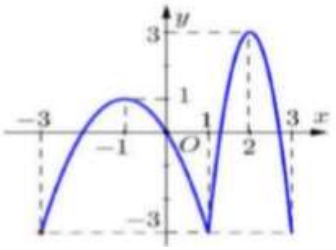
Ta có $y'=\left[f(x^2)\right]'=2x.f'(x^2)$

Hàm số nghịch biến

$$\Leftrightarrow y'<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\f'(x^2)<0\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\f'(x^2)>0\end{cases}\end{array}\right.\xleftrightarrow{\text{theo dt } f'(x)}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\x^2<-1\vee 1<x^2<4\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\-1<x^2<1\vee x^2>4\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<2\\x<-2\vee -1<x<0\end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y=f\left(x^2\right)$ có 3 khoảng nghịch biến.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Trên đoạn [-3;3], hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 4 **B.** 5

C. 2 **D.** 3

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	5	↘	-6	↗	2

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **C.** Hàm số có giá trị cực đại bằng – 1.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$

Câu 11: Hàm số $y=x^3-3x^2+3x-4$ có bao nhiêu cực trị?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2+x\right)(x-2)^2\left(x^2-4\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là:

A. 2 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 1

Câu 13: Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. -2. **B.** -18. **C.** 18. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$$\begin{cases} y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} (1) \text{ và } \begin{cases} y(0)=2 \\ y(2)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \end{cases} (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $a=1;\ b=-3;\ c=0;\ d=2 \Rightarrow y=x^3-3x^2+2 \Rightarrow y(-2)=-18$.

Câu 14: Hàm số nào sau đây đạt cực đại tại $x=1$?

A. $y=x^5-5x^2+5x-13$. **B.** $y=x^4-4x+3$.

C. $y=x+\dfrac{1}{x}$. **D.** $y=2\sqrt{x}-x$.

Câu 15: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3 + m$. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của tham số thực m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 0. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Giải

$y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right)$

Hàm số luôn luôn có cực trị với moi m

Theo định lí Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$

$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow \left(2m\right)^2 - 3\left(m^2 - 1\right) = 7 \Leftrightarrow$ m= ±2.

$S = \{-2; 2\} \Rightarrow (-2)^2 + 2^2 = 8$.

Câu 16: Cho hàm số $y = 2x^3 - \left(m+3\right)x^2 - 2\left(m-6\right)x + 2019$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số trên có hai điểm cực trị đều thuộc đoạn $[0;3]$?

A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Giải

Ta có: $y' = 6x^2 - 2\left(m+3\right) - 2\left(m-6\right); y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - \left(m+3\right)x + 6 - m = 0$

$\Leftrightarrow m = \dfrac{3\left(x^2 - x + 2\right)}{x+1} = f\left(x\right)$ (*)

Yêu cầu bài toán trở thành "Tìm $m \in \mathbb{Z}$, sao cho (*) có 2 nghiệm phân biệt đều thuộc $[0;3]$".

Xét hàm số $f\left(x\right) = \dfrac{3\left(x^2 - x + 2\right)}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$.

x	0		1		3
f'(x)		−	0	+	
f(x)	6	↘	3	↗	6

Ta có:

$f'\left(x\right) = \dfrac{3\left(x^2 + 2x - 3\right)}{\left(x+1\right)^2}; f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

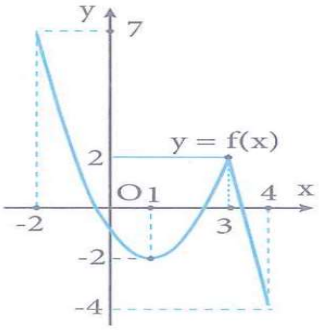
Từ bảng biến thiên, suy ra:

$3 < m \le 6 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{4;5;6\}$

Câu 17: Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{2-x}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[3;4]$ là

A. $-\dfrac{3}{2}$. **B.** −4. **C.** $-\dfrac{5}{2}$ **D.** −2.

Câu 18: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;4]$. Giá trị của M + m bằng



A. 0 **B.** -2

C. 3 **D.** 5

Câu 19: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[0;2]$ là:

A. $\min\limits_{[0;2]} y = 0$. **B.** $\min\limits_{[0;2]} y = 3$. **C.** $\min\limits_{[0;2]} y = 5$. **D.** $\min\limits_{[0;2]} y = 7$.

Câu 20: Hàm số $y = x^2 + 3x + \sqrt{x^2 + 3x + 2}$ giá trị nhỏ nhất lần lượt bằng:

A. -2. **B.** 0. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 21: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2}\cos 2x + 4\sin x$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là:

A. $\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y = 4 - \sqrt{2}$. **B.** $\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y = 2\sqrt{2}$. **C.** $\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y = \sqrt{2}$. **D.** $\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y = 0$.

Câu 22: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy hình vuông không nắp có thể tích là $4\,cm^3$. Tìm kích thước của hộp đó để lượng vàng dùng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau.

A. Cạnh đáy bằng $1\,cm$, chiều cao bằng $2\,cm$. **B.** Cạnh đáy bằng $4\,cm$, chiều cao bằng $1\,cm$.

C. Cạnh đáy bằng $2\,cm$, chiều cao bằng $1\,cm$. **D.** Cạnh đáy bằng $1\,cm$, chiều cao bằng $4\,cm$.

Giải

Gọi x là cạnh của đáy hộp.

h là chiều cao của hộp.

$S(x)$ là diện tích phần hộp cần mạ.

Khi đó, khối lượng vàng dùng mạ tỉ lệ thuận với S.

Ta có: $S(x) = x^2 + 4xh(1)$; $V = x^2h = 4 \Rightarrow h = 4/x^2(2)$.

Từ (1) và (2), ta có $S(x) = x^2 + \frac{16}{x}$.

Dựa vào BBT, ta có $S(x)$ đạt GTNN khi $x = 2$.

Câu 23: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 2}$ trên tập $D = (-\infty;-1] \cup \left[1;\frac{3}{2}\right]$. Tính giá trị T của m.M

A. $T = \frac{1}{9}$ **B.** $T = \frac{3}{2}$ **C.** $T = 0$ **D.** $T = -\frac{3}{2}$

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x - m^2}{x + 8}$ với m là tham số thực. Giá trị lớn nhất của m để hàm số có giá trị **nhỏ nhất** trên $[0;3]$ bằng -2?

A. $m = 4$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 6$. **D.** $m = 3$.

Câu 25: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 6.

Giải

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 1 & (n) \\ x = -1 & (l) \end{array}\right.$

Suy ra GTLN và GTNN của $f(x)$ thuộc $\{f(0);f(1);f(2)\}=\{m;m-2;m+2\}$.

Xét hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ ta được giá trị lớn nhất của y là

$\max\{|m|;|m-2|;|m+2|\}=3$.

TH1: $\max\{1;3;5\}=5$ (loại).

TH2: $|m-2|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=5\end{array}\right.$

+ Với $m=-1$. Ta có $\max\{1;3\}=3$ (nhận).

+Với $m=5$. Ta có $\max\{3;5;7\}=7$ (loại).

TH3: $|m+2|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-5\end{array}\right.$

+ Với $m=1$. Ta có $\max\{1;3\}=3$ (nhận).

+ Với $m=-5$. Ta có $\max\{3;5;7\}=7$ (loại).

Do đó $m\in\{-1;1\}$

Vậy tập hợp S có 2 phần tử.

Chú ý: Ta có thể giải nhanh như sau:

Sau khi tìm được Suy ra GTLN và GTNN của $f(x)=x^3-3x+m$ thuộc $\{f(0);f(1);f(2)\}=\{m;m-2;m+2\}$.

+ Trường hợp 1: $m\geq 0$ thì $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=m+2=3\Leftrightarrow m=1$.

+ Trường hợp 2: $m<0$ thì $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|=|m-2|=2-m=3\Leftrightarrow m=-1$

Câu 26: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

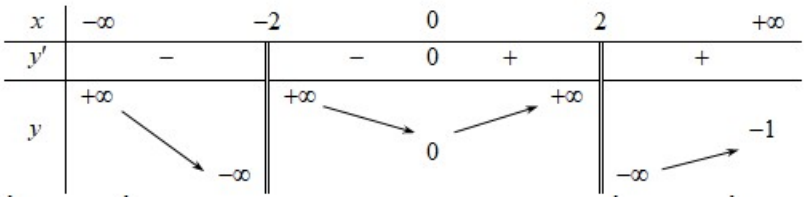
A. $x=1$ và $y=-3$. **B.** $x=2$ và $y=1$.

C. $x=1$ và $y=2$. **D.** $x=-1$ và $y=2$.

Câu 27: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Câu 28: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$, có bảng biến thiên như sau:



Gọi k, l lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$. Tính $k+l$.

A. $k+l=3$. **B.** $k+l=4$. **C.** $k+l=5$. **D.** $k+l=2$.

Lời giải

Vì phương trình $f(x)=2018$ có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$ có ba đường tiệm cận đứng.

Mặt khác, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)-2018}=-\dfrac{1}{2019}$ nên đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2019}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$.

Và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)-2018}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$.

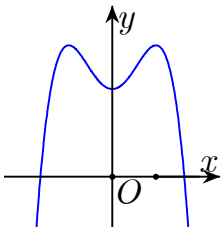
Vậy $k+l=5$.

Câu 29: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		+		+	
y	3	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	3

A. $y=\dfrac{3-3x}{x+2}$ **B.** $y=\dfrac{3x+8}{x+2}$ **C.** $y=\dfrac{3x-3}{x+2}$ **D.** $y=\dfrac{3-x}{x+2}$

Câu 30: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



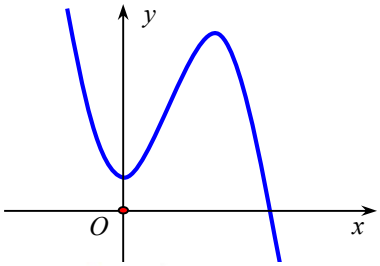
A. $y=-x^4+2x^2+2$.

B. $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=-x^4-2x^2+2$.

D. $y=x^4+2x^2+2$.

Câu 31: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



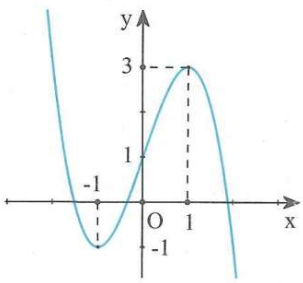
A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$.

B. $a<0,\ b<0,\ c=0,\ d>0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.

D. $a<0,\ b>0,\ c=0,\ d>0$.

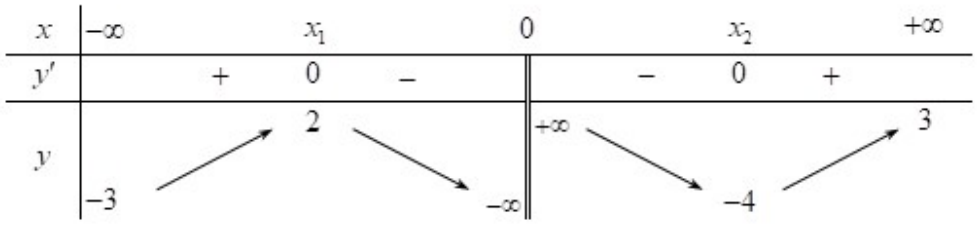
Câu 32: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)+4=0$ là



A. 0 **B.** 2

C. 1 **D.** 3

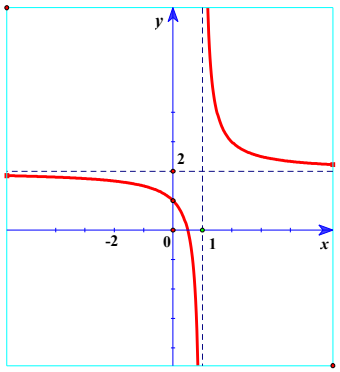
Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau



Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $-3<m<2$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $-4<m<3$.

Câu 34: Xác định a,b,c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2,\ b=-1,c=1$. **B.** $a=2,\ b=1,c=1$.

C. $a=2,\ b=2,c=-1$. **D.** $a=2,\ b=1,c=-1$.

Câu 35: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**.

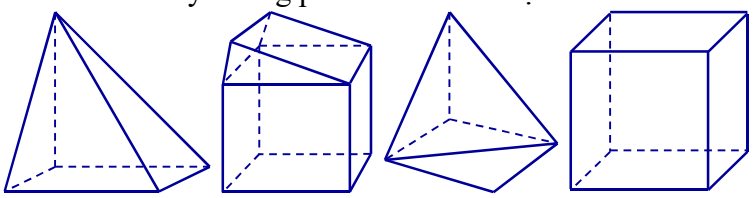
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

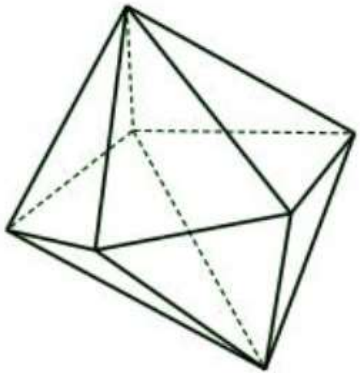
Câu 36: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



Hình 1 *Hình 2* *Hình 3* *Hình 4*

A. Hình 4. **B.** Hình 1. **C.** Hình 2. **D.** Hình 3.

Câu 37: Hình đa diện bên dưới có bao nhiêu mặt?



A. 7. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 38: Trong các hình đa diện, mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hai cạnh bất kỳ có ít nhất một điểm chung.

B. Hai mặt bất kỳ luôn có ít nhất một đỉnh chung.

C. Mỗi cạnh luôn là cạnh chung của đúng hai mặt.

D. Mỗi đỉnh luôn là đỉnh chung của đúng hai cạnh.

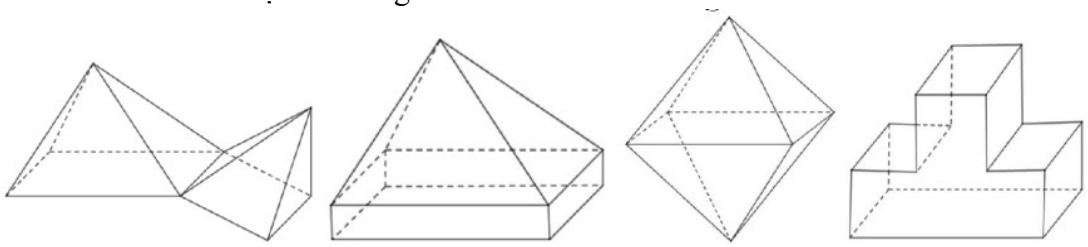
Câu 39: Một hình lăng trụ có 18 mặt hỏi lăng trụ đó có bao nhiêu cạnh?

A. 36. **B.** 48. **C.** 54. **D.** 32.

Câu 40: Có tất cả bao nhiêu khối đa diện đều?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 41: Có bao nhiêu hình đa diện lồi trong các hình bên dưới?



A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 42: Hình chóp tứ giác đều có mấy mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 43: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định dưới đây?

A. Số đỉnh của khối lập phương là 8.

B. Số mặt của khối tứ diện đều là 4.

C. Số cạnh của khối bát diện đều là 12.

D. Số đỉnh của khối bát diện đều là 8.

Câu 44: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Câu 45: Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng $12a^2$. Tính theo a thể tích khối lập phương đó.

A. $2\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 46: Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $3\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 47: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3}{6}$ **B.** $\frac{2a^3}{6}$ **C.** a^3 **D.** $\frac{a^3}{3}$

Câu 48: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là 15. Tính thể tích của tứ diện $A'ABC$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{15}{4}$. **C.** 3 **D.** 5

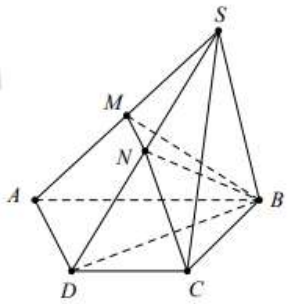
Câu 49: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, AB//CD, AB=2CD. Gọi M N, tương ứng là trung điểm của SA và SD. Tính tỉ số $\frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.BCDA}}$

A. $\frac{5}{12}$ **B.** $\frac{3}{8}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Giải

Ta có

$$\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAD}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.BMN} = \frac{1}{4}V_{S.BAD} = \frac{1}{4}.\frac{2}{3}V_{S.ABCD} = \frac{V_{S.ABCD}}{6}(1)$$



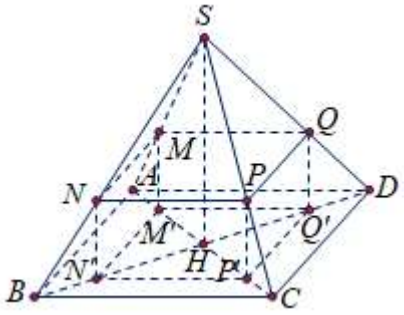
Lại có $\frac{V_{S.BCN}}{V_{S.BCD}} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.BCN} = \frac{1}{2}V_{S.BCD} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{V_{S.ABCD}}{6}(2)$

Lấy $(1)+(2)$, ta được $V_{S.BMN} + V_{S.BCN} = 2.\frac{1}{6}V_{S.ABCD} \Leftrightarrow \frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3}$

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, các cạnh bên bằng nhau . Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\frac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Đặt $\frac{SM}{SA} = k$ với $k \in [0;1]$.

Xét tam giác SAB có $MN // AB$ nên $\frac{MN}{AB}=\frac{SM}{SA}=k \Rightarrow MN=k.AB$

Xét tam giác SAD có $MQ // AD$ nên $\frac{MQ}{AD}=\frac{SM}{SA}=k \Rightarrow MQ=k.AD$

Kẻ đường cao SH của hình chóp. Xét tam giác SAH có:

$MM' // SH$ nên $\frac{MM'}{SH}=\frac{AM}{SA}=\frac{SA-SM}{SA}=1-\frac{SM}{SA}=1-k \Rightarrow MM'=(1-k).SH$.

Ta có $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=MN.MQ.MM'=AB.AD.SH.k^2.(1-k)$.

Mà $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.AB.AD \Rightarrow V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=3.V_{S.ABCD}.k^2.(1-k)$.

Thể tích khối chóp không đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi $k^2.(1-k)$ lớn nhất.

Ta có $k^2.(k-1)=\frac{2(1-k).k.k}{2} \le \frac{1}{2}\left(\frac{2-2k+k+k}{3}\right)^3=\frac{4}{27}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $2(1-k)=k \Leftrightarrow k=\frac{2}{3}$. Vậy $\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$.

========== **HẾT** ==========